

Identitäten mit Beträgen

Beweisen Sie die folgenden drei Behauptungen:

- a) Für $z \in \mathbb{C}$ gilt $|z + 1| > |z - 1|$ genau dann, wenn $\operatorname{Re} z > 0$ ist.
- b) Für $z \in \mathbb{C}$, $z \neq 0$ gilt $\operatorname{Re} \left(z + \frac{1}{z} \right) = 0$ genau dann, wenn $\operatorname{Re} z = 0$ ist.
- c) Für $z \in \mathbb{C}$, $z \neq 0$ gilt $\operatorname{Im} \left(z + \frac{1}{z} \right) = 0$ genau dann, wenn $\operatorname{Im} z = 0$ oder $|z| = 1$ ist.